ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

o0o

ĐỖ THỊ TUYẾT NGA

BÀI TOÁN XÁC ĐỊNH NGUỒN CHO PHƯƠNG TRÌNH TRUYỀN NHIỆT TUYẾN TÍNH MỘT CHIỀU

THÁI NGUYÊN - 6/2020

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

o0o

ĐỖ THỊ TUYẾT NGA

BÀI TOÁN XÁC ĐỊNH NGUỒN CHO PHƯƠNG TRÌNH TRUYỀN NHIỆT TUYẾN TÍNH MỘT CHIỀU

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 8460112

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
TS. NGUYỄN THỊ NGỌC OANH

THÁI NGUYÊN - 6/2020

Mục lục

Trang

Danh sách hình vẽ

Danh sách bảng

Lời nói đầu

Trong nhiều nghiên cứu thực tế, hàm nguồn trong quá trình truyền nhiệt là không biết và yêu cầu cần phải xác định từ một vài thông số ta quan sát được hay đo được [1, 2, 4, 5]. Đây là các bài toán ngược xác định hàm vế phải hay một phần hàm vế phải (hàm nguồn) của phương trình truyền nhiệt. Vì những ứng dụng quan trọng trong thực tế nên có rất nhiều nghiên cứu cả về lý thuyết và giải số đã được phát triển. [1, 3, 5, 6].

Bài toán ngược này là bài toán *đặt không chỉnh*. Một bài toán được gọi là *đặt chỉnh theo nghĩa Hadamard* nếu thỏa mãn tất cả các điều kiện: i) Tồn tại nghiệm; ii) Nghiệm là duy nhất; iii) Nghiệm phụ thuộc liên tục vào dữ kiện bài toán. Nếu ít nhất một trong các điều kiện trên không thỏa mãn thì bài toán được gọi là đặt không chỉnh. Bài toán đặt không chỉnh thường gây ra nhiều vấn đề nghiêm trọng vì làm cho các nghiệm số cổ điển không ổn định, tức là một sai số nhỏ trong dữ kiện đầu vào có thể dẫn tới sai số lớn bất kì với nghiệm. Ta có thể xét ví dụ sau đây:

Xét chuỗi Fourier

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos nt = f(t) \sim (a_0, a_1, \dots,). \tag{0.1}$$

Chọn $a_n^\epsilon = a_n + \frac{\epsilon}{n}, n \geq 1$ và $a_0^\epsilon = a_0$. Trong chuẩn của l^2, ta có

$$\begin{aligned} \|(a_1, a_2, ...) - (a_1^\epsilon, a_2^\epsilon, \dots)\|_{l^2} &= \Big(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\epsilon^2}{n^2}\Big)^{1/2} = \epsilon\Big(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}\Big)^{1/2} \\ &= \epsilon \frac{\pi}{\sqrt{6}} \longrightarrow 0, \epsilon \to 0. \end{aligned} \tag{0.2}$$

Mặt khác

$$\|f(t) - f^{\epsilon}(t)\|_{C[0,\pi]} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon}{n} = \infty. \tag{0.3}$$

Từ phương trình (0.2) và (0.3) ta có mặc dù hệ số sai khác nhỏ nhưng có thể dẫn tới sai khác bất kì đối với hàm vế phải $f(t)$.

Nội dung luận văn được trình bày trong 2 chương:

Chương 1 giới thiệu một số kiến thức chuẩn bị, phương trình truyền nhiệt một chiều dạng tổng quát, bài toán thuận, phương pháp sai phân hữu hạn rời rạc bài toán thuận.

Chương 2 nghiên cứu bài toán xác định hàm vế phải bằng cách sử dụng phương pháp biến phân kết hợp với hiệu chỉnh Tikhonov, công thức gradient của phiếm hàm mục tiêu được tính thông qua nghiệm của bài toán liên hợp cả trong trường hợp liên tục (Định lý 2.1) và trong trường hợp rời rạc (Định lý 2.2). Trong chương này, chúng tôi cũng trình bày lại phương pháp gradient liên hợp để tìm cực tiểu phiếm hàm mục tiêu. Luận văn cũng trình bày một vài ví dụ số minh họa cho các phương pháp số đề xuất với các tính chất khác nhau của hàm vế phải cần tìm.

Trước hết, tôi xin được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc đến TS. Nguyễn Thị Ngọc Oanh người đã trực tiếp hướng dẫn luận văn, cô tận tình chỉ bảo và hỗ trợ tôi tìm ra hướng nghiên cứu, tiếp cận thực tế, tìm kiếm tài liệu, xử lý và phân tích số liệu, giải quyết vấn đề để tôi có thể hoàn thành luận văn khoa học này.

Ngoài ra, trong quá trình học tập, nghiên cứu và thực hiện đề tài tôi còn nhận được nhiều sự quan tâm, góp ý, giúp đỡ của quý thầy cô, đồng nghiệp, bạn bè và người thân. Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến:

• Những người thân trong gia đình đã hỗ trợ, tạo điều kiện thuận lợi cho tôi trong suốt thời gian tôi theo học khóa thạc sỹ tại trường Trường Đại học Khoa học – Đại học Thái Nguyên.

• Quý thầy cô Khoa Toán- Tin và quý thầy cô phòng Đào tạo - KHCN và HTQT, Trường Đại học Khoa học – Đại học Thái Nguyên đã truyền đạt cho tôi những kiến thức bổ ích trong suốt hai năm học vừa qua.

• Bạn bè, đồng nghiệp luôn động viên, hỗ trợ tôi trong quá trình học tập và nghiên cứu!

Tôi xin trân trọng cảm ơn!

Thái Nguyên, ngày 25 tháng 6 năm 2020

Học viên

Đỗ Thị Tuyết Nga

Chương 1

Một số kiến thức cơ bản

Trong chương này chúng tôi trình bày một số kiến thức cơ bản được sử dụng trong luận văn như: một số không gian hàm, bài toán thuận, định nghĩa nghiệm yếu và phương pháp sai phân rời rạc bài toán thông qua lược đồ Crank-Nicolson.

1.1. Giới thiệu bài toán

Cho $\Omega = (0, L) \subset \mathbb{R}$ and $Q = (0, L) \times (0, T),\ S = \{0, 1\} \times (0, T)$. Xét phương trình

$$\begin{cases} u_t - (a(x,t)u_x)_x + b(x,t)u = f(t)\varphi(x,t) + g(x,t), & (x,t) \in Q, \\ u(x,t) = 0, \quad (x,t) \in S, \\ u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \Omega. \end{cases} \tag{1.1}$$

Trong đó a, b và φ trong không gian $L^\infty(Q)$, $g \in L^2(Q)$, $f \in L^2(0,T)$ và $u_0 \in L^2(\Omega)$. Giả sử rằng $a \geq \underline{a} > 0$ với $\underline{a}$ là hằng số và $b \geq 0$. Hơn nữa,

$$\varphi \geq \underline{\varphi} > 0, \tag{1.2}$$

với $\underline{\varphi}$ là hằng số.

Định nghĩa 1.1 (Bài toán thuận) [5] Khi các hệ số $a(x,t),\ b(x,t)$, điều kiện ban đầu u_0, các hàm vế phải đã biết (gồm $f(t),\ \varphi(x,t), g(x,t)$),